

<https://helda.helsinki.fi>

Matematiikkainterventio heikkojen ensiluokkalaisten oppimisen tukena

Väisänen, Eija

2014

Väisänen , E & Aunio , P 2014 , ' Matematiikkainterventio heikkojen ensiluokkalaisten oppimisen tukena ' , Journal of Early Childhood Education Research , Vuosikerta. 3 , Nro 2 , Sivut 48-75 . <

<http://jecer.org/fi/matematiikkainterventio-heikkojen-ensiluokkalaisten-oppimisen-tukena/> >

<http://hdl.handle.net/10138/232678>

publishedVersion

Downloaded from Helda, University of Helsinki institutional repository.

This is an electronic reprint of the original article.

This reprint may differ from the original in pagination and typographic detail.

Please cite the original version.

Matematiikkainterventio heikkojen ensiluokkalaisten oppimisen tukena

Eija Väisänen^a, Pirjo Aunio^b

^a Helsingin yliopisto, Eija Väisänen, s-posti: eija.vaisanen@helsinki.fi

^b Helsingin yliopisto

TIIVISTELMÄ: Tässä tutkimuksessa tutkittiin Minäkin laskea! –harjoitusohjelman sovelluksen vaikuttavuutta ensimmäisen luokan heikkojen lasten oppimiseen. Koulun alussa matemaattisilta taidoiltaan heikommista lapsista (N=21) muodostettiin harjoitus- ja vertailuryhmät. Harjoitusryhmä sai lisäopetusta 45 minuuttia viikossa pienryhmässä kahdeksan kuukauden ajan. Lasten esimatemaattisia taitoja (suhde- ja lukujonotaidot) mitattiin harjoitusohjelman alussa ja lopussa sekä viivästetysti toisen luokan alussa. Tämän lisäksi arvioitiin lukukäsitteen ja laskutaidon hallintaa harjoitusohjelman päättyessä sekä viivästettynä mittauksena toisen luokan alussa.

Tutkimuksen alussa harjoitusryhmä oli esimatemaattisilta taidoiltaan selvästi vertailuryhmää jäljessä, erityisesti lukujonotaidoissa. Harjoitusryhmän lapset saavuttivat vertailuryhmäläisiä varsinkin lukujonotaidoissa eikä ryhmien välillä ollut eroa enää harjoitusjakson päättyessä. Lukukäsitteen ja laskutaidon hallinnassa ryhmien välillä ei ollut eroa heti harjoitusjakson jälkeen eikä kuuden kuukauden kuluttua sen päättymisestä. Ryhmien kehitys esimatemaattisissa taidoissa jatkui harjoitusjakson päätyttyä samankaltaisena, harjoitusryhmän sisällä lasten kehityksessä oli suuria eroja.

Tutkimuksen perusteella ainakin osa koulun alussa matemaattisilta valmiuksiltaan heikoimmista lapsista kykeni toteutetun harjoitusohjelman tuella saavuttamaan ikätasonsa osaamista.

Asiasanat: (ensimmäinen luokka, harjoitusohjelma, heikot osaajat, matemaattiset taidot)

ABSTRACT: The aim of this study was to investigate the effectiveness of a mathematical intervention program for low performing first graders. In the beginning of the first grade 21 low performing children were assigned to instruction (mathematically high risk children) and control groups (mathematically low risk children). Intensified instruction was given in small groups, in 45-min sessions once a week, during eight months. Children's early numeracy skills (relational and counting skills) were measured before the instruction phase, at the end of the instruction phase and at the beginning of second grade (delayed posttest). The children were also tested in basic numerical and calculation skills at the end of the instruction phase and at the beginning of the second grade.

At the beginning of the intensified instruction phase the instruction group performed worse than the control group, especially in counting skills. The instruction group did significant development, especially in counting skills, and at the end of the intensified instruction phase there were no differences between instruction and control groups in basic numerical and calculation skills. After the instruction phase (from immediate posttest to delayed posttest) there were no statistically significant differences between the groups in the development of early numeracy. However, there were significant differences between children in the instruction group.

This study shows that intensified instruction did support at least some of the at-risk children's mathematical development and was able to narrow the achievement gap to their classmates in mathematics.

Keywords: *(first class, intensified instruction, low-achievement, mathematical skills)*

Johdanto

Lasten välillä on koulun alkaessa hyvinkin suuria eroja luvuilla ja lukumäärillä operoimisessa ja tästä seuraavalla taitoerolla näyttäisi olevan vaikutusta lapsen kykyyn omaksua koulumatematiikkaa ja pysyä luokkatoveriensa kanssa samassa oppimisen tahdissa (Aunola, Leskinen, Lerkkanen & Nurmi, 2004; Clements & Sarama, 2011; Geary, Hoard, Nugent & Bailey, 2013; Jordan, Kaplan, Ramineni & Locuniak, 2009; Jordan & Levine, 2009). Toisin kuin lukemisessa, lasten väliset taitoerot eivät kuroudu ensimmäisten kouluvuosien aikana, vaan taitoerolla on taipumus kasvaa ylemmille luokille siirryttäessä (Aunola ym., 2004). Osansa tähän voi olla sillä, että matematiikan taitojen kehityksen tukemiseen ei ole ollut samalla tavoin systemaattisia harjoituskäytänteitä ja valmiita materiaaleja kuin lukemisen oppimisen tukemiseen. Matematiikan taitojen kehityksen seurantalukemuksissa on havaittu, että kokonaissuoriutumiseltaan samatasoisilla lapsilla voi olla suuria eroja eri osataitojen hallinnassa (Jordan, Mulhern & Wylie, 2009), ja useimmat lapset pystyvät kehittämään taitojaan (Clements & Sarama, 2008; Jordan & Levine, 2009), joko spontaanisti tai ohjattuna.

Tässä tutkimuksessa tutkittiin Minäkin lasken! -harjoitusohjelman sovelluksen vaikuttavuutta ensimmäisen luokan matemaattisesti heikkojen lasten oppimiseen. Tutkimuksen painopiste oli heikkojen osaajien laskemisen taidoissa (lukujonon luetteleminen ja lukumäärän määrittäminen laskemalla) sekä matemaattisten suhteiden ymmärtämisessä (lukujen koostumisessa toisista luvuista). Aritmeettisten perustaitojen osalta harjoiteltiin myös yhteen- ja vähennyslaskua lähinnä yksinumeroisilla luvuilla. Lapsen vertailu-, sarjoitus- ja luokittelutaidoista sekä helppojen lukujonojen (0-20) hallinnasta on tässä tutkimuksessa käytetty yhteisnimeä esimatemaattiset taidot.

Matemaattisten taitojen kehittyminen esi- ja alkuopetusikäisillä lapsilla

Kehityksellisesti tärkeimmät varhaiset matemaattiset taidot voi Aunio ja Räsänen mukaan jakaa neljään päätaitoalueeseen, joita ovat matemaattisten suhteiden ymmärtäminen, laskemisen taidot, aritmeettiset perustaidot ja lukumääräisyyden taju (Aunio, 2008). Nämä koostuvat edelleen osataidoista. Pienten lasten kohdalla *matemaattisilla suhteilla* tarkoitetaan lähinnä sarjoittamista, luokittelua, vertailua ja yksi-yhteen vastaavuutta. Matemaattisten suhteiden ymmärtäminen sisältää myös aritmeettisten periaatteiden hallinnan ($2+2=4$, mutta myös $1+3=4$), laskutoimitusten käänteisyyden sekä paikka-arvon ja matemaattisten symbolien ymmärtämisen. Ennen kouluikää lapselle kehittyy käsitys lukumäärästä ja niiden välisistä suhteista, ja nämä taidot ovat merkityksellisiä lapsen kyvyille omaksua koulussa opetettavaa matematiikkaa (Geary, 2011; Hautamäki & Kuusela, 2004; Jordan, Kaplan ym., 2009; Jordan & Levine,

2009). Matemaattisten suhdetaitojen hallinnalla ennen kouluopetuksen alkamista on yhteys laskemisen taitoihin ja edelleen yhteen- ja vähennyslaskujen osaamiseen (Geary, 2011; Mononen, Aunio, Hotulainen & Ketonen, 2013; Purpura & Lonigan, 2013), ja puutteet näiden taitojen hallinnassa näkyvät viimeistään siinä vaiheessa, kun lapsen pitäisi hallita kymmenylitys: lapsi ei kykene sujuvasti pilkkomaan lukuja pienempiin osiin helpottaakseen laskusuoritusta (Räsänen, 2001).

Laskemisen taidot pitävät sisällään lukujonon luettelemisen, lukumäärän laskemisen ja numerosymbolien hallinnan taidot. Luvun ymmärtäminen kehittyy vaiheittain lorumaisesta lukujonon luettelusta luvun hajotelmien ($5=2+3$, mutta myös $5=1+4$) ymmärtämiseen (Fuson, 1992a, b). Lukujonon ja lukujen luettelemisen oppiminen on siten keskeinen tekijä laskutaidon ja matemaattisen ajattelun kehityksessä (Räsänen & Ahonen, 2002) samoin kuin numeromerkkien ja lukusanojen tunnistaminen (Desoete & Grégoire, 2006; Desoete, Ceulemans, DeWeerd & Pieters, 2012; Geary, 2011; Göbel, Watson, Lervåg & Hulme, 2014). Noin 5-vuotias lapsi osaa luetella lukusanat oikein, laskee kunkin esineen vain kerran ja tietää, että viimeinen lukusana kertoo esineiden lukumäärän (Van Luit, Aunio & Räsänen, 2010), ja keskimäärin 5½-vuoden iässä lapsi kykenee tunnistamaan nopan silmäluvun ja aloittamaan laskemisen siitä eteenpäin. Kaikki lapset eivät spontaanisti kiinnitä huomiota lukumääräisyyksiin (Hannula, 2005) ja laske asioita ympärillään. Tällä taipumuksella (spontaneous focusing on numerosity) on todettu olevan yhteyksiä lukujono- ja aritmeettisten taitojen kehitykselle vielä kouluikässäkin (Hannula, Lepola & Lehtinen, 2010; Hannula, Räsänen & Lehtinen, 2007). Siksi on tärkeää, että lapselle aktiivisesti esimerkiksi päiväkodissa tarjotaan paljon kokemuksia ja harjoitusta esineiden ja asioiden laskemisesta (Mattinen, 2006). Tällöin lukumäärille tulee merkityssisältö, joka on välttämätöntä yhteen- ja vähennyslaskun kannalta sekä ylipäättään matematiikan taitojen kasvulle (Butterworth, 1999; Clements & Sarama, 2004; Fuson, 1992a).

Aritmeettiset perustaidot viittaavat neljään peruslaskutoimitukseen (yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolasku). Nämä taidot kehittyvät pienten (yksinnumeroisten) yhteen- ja vähennyslaskujen ratkaisemisesta konkreetteja välineitä tai sormia apuna käyttäen kohti kehittyneempiä laskustrategioita ja/tai laskun vastauksen eli aritmeettisen faktan muistamista (Butterworth, 1999; Fuson, 1992a; Murata, 2004). Yhteen- ja vähennyslaskustrategioiden kehityksessä on pitkittäistutkimuksessa havaittu olevan muutoskohta parin kouluvuoden jälkeen (noin 7-8 -vuotiaana), jolloin suurin osa lapsista käyttää muististapalauttamista tärkeimpänä strategiana (Clarke, Clarke & Horne, 2006). Faktojen oppiminen ulkoa on tärkeää moninnumeroisten laskujen ja ongelmaratkaisutehtävien suorituksen kannalta (Geary, 2011; Gersten, Jordan & Flojo, 2005; Koponen, 2008).

Lukumääräisyyden taju tarkoittaa kykyä tunnistaa pieniä lukumääriä ilman kielen käyttöön perustuvaa laskemista ja sen on ajateltu vaikuttavan kielestä riippuvaisen matematiikan oppimiseen, esimerkiksi laskemisen ja aritmetiikan taitoihin (Ansari, Donlan, Thomas, Ewing, Peen & Karmiloff-Smith, 2003; Dehaene, 2009; Price & Ansari, 2013), joskaan sen vaikutusmekanismia ei tarkkaan tiedetä (Chu, vanMarle & Geary, 2013; Dehaene, 2009; Price & Ansari, 2013). Lukumääräisyyden taju on Robinsonin, Menchettin ja Torgensenin (2002) mukaan osa vielä yksilöimätöntä kognitiivista prosessia, jonka vaikutusta matemaattisen prosessoinnin tehokkuuteen voisi verrata äännetietoisuuden ja fonologisen prosessoinnin väliseen suhteeseen.

Matemaattisten taitojen tukeminen esi- ja alkuopetusikäisillä heikoilla lapsilla

Interventiolla tarkoitetaan tämän tutkimuksen kontekstissa systemaattista aikarajoitteista harjoittelujaksoa, jossa tavoitteena on vaikuttaa lapsen oppimisessa havaitun epäsuotuisan kehityksen kääntämiseen suotuisaksi. Intervention vaikuttavuuden tutkimuksissa tuettavat lapset on useimmiten valittu joko todennettujen matematiikan vaikeuksien (Kantelinen, 2013; Kroesbergen & VanLuit, 2003; Montis, 2000), tai niiden riskin perusteella (Dyson, Jordan & Glutting, 2013; Fuchs, Fuchs & Hollenbeck, 2007; Fuchs ym. 2012). Riskioppilaiden määrittely on eri tutkimuksissa vaihdellut. Usein rajana on ollut heikoimpaan 20 - 25 persentiiliin kuuluminen käytetyn matematiikan testin perusteella, mutta käytänteissä on runsaasti vaihtelua (Mazzocco, 2005). Joissakin interventioissa tuettavat lapset on valittu niin, että heillä on tiedossa oleva erityinen oppimisvaikeus, joka potentiaalisesti vaikeuttaa matematiikan oppimista (esimerkiksi työmuistin vaikeus Toll & Van Luit, 2013; kielelliset vaikeudet Koponen, 2008).

Harjoitusohjelmien sisältö alle kouluikäisille suunnatuissa interventioissa on painottunut lukumäärän havaitsemiseen (Hannula, 2005; Mattinen, 2006), lukukäsitteeseen (Dyson ym., 2013) tai yleisesti matemaattisen ajattelun ja varhaisten matemaattisten taitojen tukemiseen (Aunio, Hautamäki & Van Luit, 2005; Luseti & Aunio, 2012; Mononen, Aunio & Koponen, 2014; Toll & Van Luit, 2013; Van Luit & Schopman, 2000). Koulun alkuvaiheessa toteutetuissa harjoitusohjelmissä sisältö on yleensä laaja-alainen: matemaattisiin suhteisiin, käsitteisiin, lukuihin sekä yhteen- ja vähennyslaskutaitoihin liittyvää (Bryant, Bryant, Gersten, Scammacca & Chaves, 2008; Fuchs, Compton, Fuchs, Paulsen, Bryant & Hamlett, 2005; Fuchs ym., 2007; Tournaki, 2003). Myöhemmissä kouluikäisten interventioissa sisältö on yleensä rajatumpi: yhteen- ja vähennyslaskun sujuvuus (Koponen, 2008; Mentula, 2004), kertolaskujen oppiminen strategioita vahvistamalla tai laskujen tuloksia kerraten (Burns, Kanive & DeGrande, 2012; Kroesbergen, Van Luit & Naglieri, 2003; Woodward, 2006); ongelmanratkaisutaito ja

sanalliset tehtävät (Fuchs ym., 2007; Jitendra, Griffin, Deatline-Buchman & Sczesniek, 2007; Leppäaho, 2007).

Interventioiden toteutuksessa on käytetty tietokoneopetusta (Burns ym., 2012; Fuchs, Fuchs, Hamlett & Appleton, 2002), tietokoneen ja opettajajohtaisen pienryhmäopetuksen yhdistelmää (Fuchs ym., 2005; Fuchs ym., 2007) tai suoraa ohjausta yksilö- (Fuchs ym., 2012; Koponen, 2008; Mentula, 2004) tai pienryhmäopetuksena (Bryant, Bryant, Gersten, Scammacca & Chavez, 2008; Kroesbergen & Van Luit, 2003; Lusetti & Aunio, 2012). Usein mukana on pelimäisiä harjoituksia (esim. Baroody, 1999; Kaufmann, Handl & Thöny, 2003).

Toteutettujen interventioiden avulla on usein pystytty parantamaan erityisesti kaikkein heikoimpien valmiuksia, esimerkiksi lukujonotaitoja (Lusetti & Aunio, 2012; Van Luit & Schopman, 2000), numeromerkkin ja lukusanan yhdistämistä (Dyson ym., 2013) ja matemaattisten faktojen osaamista (Fuchs ym., 2012). Eroa tavanomaisesti suoriutuneisiin on saatu kavennettua, mutta ei kokonaan katoamaan (Fuchs ym., 2005; Fuchs ym., 2007; Fuchs ym., 2012). Tuloksellisimpia ovat meta-analyysien mukaan olleet suoraan matemaattisiin taitoihin kohdentuvat interventiot, joiden toteuttamisessa on käytetty opettajan ohjausta tietokoneopetuksen sijasta (Gersten, Chard, Jayanthi, Baker, Morphy & Flojo, 2008; Kroesbergen & Van Luit, 2003). Hyvässä harjoitusohjelmassa on eksplisiittinen rakenne, se sisältää kylliksi konkreettisia välineitä, siinä on riittävästi kertausta, se vahvistaa matematiikan kielentämistä ja on mukautettavissa lasten etenemisnopeuteen (Clements & Sarama, 2008; Gersten, Beckman, Clarke, Foegen, Marsh, Star & Witzel, 2009). Tässä tutkimuksessa käytetty harjoitusohjelma rakentui aiemmalle, systemaattiselle kokonaisuudelle, ja sen avulla pyrittiin opettajajohtaisen opetuksen ja runsaiden harjoitusten avulla tukemaan lasten matemaattisten taitojen kasvua.

Tutkimusmenetelmä

Tutkimuskysymykset

Tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää, voidaanko ensimmäisen luokan alussa matemaattisilta taidoiltaan heikkojen lasten kehitystä tukea Minäkin lasken! – harjoitusohjelman sovelluksen avulla ja missä taidoissa mahdollinen kehitys ilmenee. Matemaattisiin taitoihin sisällytettiin esimatemaattiset taidot (suhde- ja lukujonotaito) sekä lukukäsite- ja laskutaito.

Osallistujat

Tutkimuksen osallistujat valittiin kolmen koulun (koulut A, B ja C) viideltä yleisopetuksen ensimmäiseltä luokalta (N=57 lasta, joista 30 tyttöä ja 27 poikaa). Lapsista on mukaan otettu vain ne, jotka opiskelivat kyseisillä luokilla koko tutkimusajan (poistettu kolme lasta). Lasten iän keskiarvo oli 84,6 kk (kh 3,0 kk, vaihteluväli 80 kk - 91 kk). Mukana olevien koulujen käyttämän perustaitojen hallinnan alkuseulan (ks. arviointivälineet) perusteella valittiin 21 lasta (12 tyttöä ja 9 poikaa), jotka kuuluivat heikoimpaan kolmannekseen matemaattisia valmiuksia kartoittavissa tehtävissä. Kenelläkään tutkimukseen osallistuneella lapsella ei ollut tutkimuksen alkaessa erityisen tuen päätöstä ja kaikkien äidinkieli oli suomi. Kaikkien tutkimukseen osallistuneiden lasten huoltajilta sekä kunnan opetustoimelta on kirjallinen lupa tutkimukseen osallistumiseen.

Arviointivälineet

Alkuseulat:

Perustaitojen hallinnan alkuseula on tutkimukseen osallistuneiden koulujen käytäntö löytää heti koulun alussa mahdollisen tuen tarpeessa olevat lapset. Siinä on sekä kielellisiä että matemaattisia taitoja kartoittavia osia. Tässä tutkimuksessa käytettiin näistä tehtävistä BANUCAsta (Räsänen, 2005) irrotettua tehtäväyhdistelmää (lukumäärän vertailu, yhteenlasku sekä määrän ja luvun vastaavuus; maksimipistemäärä 20) sekä visuaalista hahmotustehtävää (lapsen piti piirtää mallin mukainen kuvio vieressä olevaan tyhjiin pisteikköön; maksimipistemäärä 5).

Ensiaskleet -tehtäväsarja on kouluvalmiuksia ja oppimaan oppimisen taitoja kartoittava tehtäväsarja (Hautamäki, Hautamäki & Kupiainen, 2010; Koulutuksen arviointikeskus, 2010). Näitä taitoja arvioidaan kahdeksalla osatehtävällä: visuaalis-spatiaalinen ajattelu ja työmuisti, tarkkuus kuuntelemisessa ja yksinkertaisten lukumäärien tunnistaminen, reitin piirtäminen opettajan sanelun mukaan, kuvioita yhdistävän säännön löytäminen sekä keskittyminen ja tarkkaavuuden ylläpito. Lisäksi lasta pyydetään piirtämään omakuva. (Tarkemmin ks. Hautamäki ym., 2001.)

Kehityksen mittaaminen:

Lukukäsitetesti on standardoitu testi, joka mittaa 4 – 7½ -vuotiaiden lasten lukukäsitteen hallintaa (van Luit, Van de Rijt & Aunio, 2006), mutta soveltuu kahdeksaan ikävuoteen saakka erottelemaan lapsia, joiden lukukäsite on heikko. Testissä on 40 tehtävää. Tehtävät on jaettu kahdeksaan taitoalueeseen (vertailu, luokittelu, vastaavuus, järjestäminen, lukusanojen luetteleminen, samanaikainen ja lyhentynyt laskeminen, tuloksen laskeminen sekä lukukäsitteen soveltaminen). Näistä neljä ensimmäistä

mittaavat suhdetaitoja, neljä seuraavaa lukujonotaitoja. Tässä tutkimuksessa Lukukäsitetestin kokonaistuloksesta käytetään nimitystä esimatemaattiset taidot erotukseksi BANUCAn lukukäsite-osan summapistemäärästä. Lukukäsitetestin reliabiliteetti (Cronbachin alpha) oli tässä aineistossa 0,695 ja testikäsikirjassa mittarin reliabiliteetin raportoidaan olevan 0,900.

BANUCA on lukukäsitteen ja laskutaidon hallinnan standardoitu testi 7–9 -vuotiaille lapsille (Räsänen, 2005). Testin tehtävät on valittu niin, että ne toisaalta kattaisivat mahdollisimman laajasti lukukäsitteen hallinnan ja laskutaidon perusteita, toisaalta vaatisivat mahdollisimman vähän lukutaitoa. Tehtäviä on kaikkiaan yhdeksän (lukumäärän vertailu, yhteen- ja vähennyslasku, määrän ja luvun vastaavuus, lukujonot, lukujen vertailu, sanotun ja kirjoitetun luvun vastaavuus, laskujen laskeminen sekä aritmeettinen päättely). Tehtäväosioista voidaan koota kolme kokonaisuutta: lukukäsitteen hallinta (lukumäärän vertailu, yhteen- ja vähennyslasku, määrän ja luvun vastaavuus, lukujonot), laskutaito (määrän ja luvun vastaavuus, vähennyslasku, lukujen vertailu, laskujen laskeminen) sekä koko testin yhteistulos. Testin kaikki osiot ovat aikarajattuja, ja testiä voidaan käyttää sekä yksilö- että ryhmätestinä. BANUCAn reliabiliteetti tässä aineistossa oli 0,628 ja testikäsikirjassa sen reliabiliteetiksi on ilmoitettu 0,832.

Harjoitusohjelman kuvaus

Minäkin lasken!– harjoitusohjelma (Van Luit ym., 2010) on tarkoitettu lukukäsitetaidoiltaan heikoille 4–7-vuotiaille lapsille. Ohjelmassa korostetaan oppimista todellisissa ympäristöissä (koti, posti, kauppa) ja pyrkimyksenä on lapsen-ohjaaminen omien ratkaisumallien kehittämiseen. Tarvittaessa lasta tuetaan opettajan ohjauksen ja mallinnuksen avulla. Minäkin lasken! – ohjelmassa on kaikkiaan kaksikymmentä opetustuokiota, joiden aikana käsitellään lukualuetta 1–15. Opetustuokion kesto on noin 30 minuuttia. Suomessa tätä harjoitusohjelmaa on tutkimuksellisesti koeteltu alle kouluikäisillä ja starttiluokkalaisilla (Aunio, Hautamäki & Van Luit, 2005; Luseti & Aunio, 2012).

Koska harjoitusryhmän lapset olivat jo ensimmäisellä luokalla, opetustuokioihin lisättiin yhteen- ja vähennyslaskutaitoa tukevia osia (Gersten ym., 2005). Tämä oli järkevää myös ajankäytön kannalta, koska opetustuokioiden kesto oli alkuperäistä pidempi (45 minuuttia). Harjoitteluohjelmassa pyrittiin huomioimaan käsitteellinen ja rakenteellinen selkeys, sopiva etenemisnopeus, riittävä kertaus ja motivointi (Clements & Sarama, 2004; Fuchs, Fuchs, Powell, Seethaler, Cirino & Fletcher, 2008). Oppitunnit aloitettiin edellistä aihetta kertaavalla pelillä, mikäli sellaista ei kuulunut kyseiseen tuntiin Minäkin lasken! – harjoitusohjelmassa. Tehtävästä toiseen edettiin suhteellisen nopeasti (Fuchs & Fuchs, 2001), mutta asiaan palattiin tarpeen vaatiessa uudelleen, mikäli lapset tarvitsivat

lisääaikaa sisällön omaksumiselle (Bryant, Bryant, Gersten, Scammacca & Chavez, 2008; Bryant, Bryant, Gersten, Scammacca, Funk, Winter, Shih & Pool, 2008). Liitteessä A on kuvattu lyhyesti Minäkin lasken! -ohjelman teemat sekä niihin lisätyt sisällöt.

Tutkimuksen kulku

Ryhmien muodostamisen perusteet

Alkuseulatehtävien perusteella valittiin heikoimpaan kolmannekseen kuuluvat lapset ns. riskiryhmään (n=21, joista tyttöjä 13 ja poikia 8). Riskiryhmän lapset eivät eronneet iän ($p=.364$) eivätkä sukupuolen ($p=.610$) perusteella tavanomaisesti suoriutuneista (n=36). Riskilapset suoriutuivat tilastollisesti merkitsevästi heikommin sekä alkuseulan BANUCA- että visuaalisen hahmotuksen tehtävissä kuin tavanomaisesti suoriutuneet. Ensiaskeleet -tehtävissä riskilapset suoriutuivat tavanomaisesti suoriutuvia merkitsevästi heikommin kolmessa tehtävässä, jotka arvioivat oppimisvalmiuksia ja ajattelua. Lisäksi eroa riski- ja tavanomaisesti suoriutuvien välillä ilmeni muistia sekä keskittymistä ja tarkkaavuutta arvioivassa osiossa (Liite B). Riskilapset olivat siten oppimisvalmiuksiltaan jonkin verran tavanomaisesti suoriutuvia jäljessä. Riskiryhmän sisällä suoriutuminen tarkkaavuutta, muistia ja keskittymistä vaativissa tehtävissä vaihteli erinomaisesta hyvin heikkoon.

Nämä 21 riskilasta tekivät Lukukäsitetestin (LKT1), jonka perusteella kahdella koululla (koulut A ja B) tässä testissä heikoimmin suoriutuneet yhdeksän lasta valikoituivat harjoitusryhmään ja hieman paremmin suoriutuneet seitsemän lasta vertailuryhmään. Koulun C osalta kaikki alkuseulan perusteella valikoituneet viisi matemaattisilta valmiuksiltaan heikkoa lasta olivat vertailuryhmässä, riippumatta Lukukäsitetestin tuloksesta. Tällä varmistettiin ryhmien vertailukelpoisuutta. Harjoitus- (n=9) ja vertailuryhmän (n=7+5) lapset eivät ryhminä eronneet toisistaan iän, sukupuolen eivätkä alkuseulan BANUCA- tai hahmotustehtävien suhteen. Ensiaskeleet -tehtävissä harjoitus- ja vertailuryhmän välillä ei ollut eroja oppimisvalmiuksien ja ajattelun pääkomponentille latautuissa tehtävissä. Ainoa merkitsevä ero harjoitus- ja vertailuryhmäläisten välillä oli kahdessa muistia sekä keskittymistä ja tarkkaavuuden ylläpitoa arvioivassa tehtävässä, joissa harjoitusryhmäläiset suoriutuvat keskimäärin paremmin kuin vertailuryhmäläiset. Muodostetut ryhmät olivat arvioitujen oppimisvalmiuksien perusteella riittävän vertailukelpoiset tämän tutkimuksen kannalta, jossa tarkoituksena oli nähdä intervention vaikutus heikkojen lasten matemaattisten taitojen oppimiseen. Ryhmien väliset erot on kuvattu tarkemmin liitteessä B.

Toteutusaikataulu

Alkuarvioinnit ryhmien muodostamiseksi toteutettiin heti koulun alkaessa elokuussa 2010, varsinainen alkumittaus (LKT1) syyskuussa, loppumittaus (LKT2 ja BA1) huhtikuussa 2011. Viivästetty loppumittaus (LKT3 ja BA2) toteutettiin toisen luokan lokakuussa. BA1-testi on tehty vain kouluissa A ja B, joissa harjoitusohjelma toteutettiin. Alkuarvioinnin tehtävät teetettiin ryhmätestinä, Lukukäsitetesti ja BANUCA testausohjeen mukaisesti yksilötestinä. Kaikki testit ja seulatehtävät on teettänyt koulun erityisopettaja. Harjoitusohjelma alkoi heti alkumittauksen (LKT1) jälkeen. Siihen käytettiin syyskuusta huhtikuuhun 45 minuuttia yhden kerran viikossa, kolmessa opetusryhmässä. Harjoitusohjelman tuntien pitäjät (2) olivat päteviä erityisopettajia, joilla oli usean vuoden työkokemus.

Vertailuryhmäläisistä jotkut saivat koulussa muuta osa-aikaista erityisopetusta pääasiassa lukemisen taidon tueksi. Koulu C:n kaikki alkuseulassa heikosti suoriutuneet viisi lasta kuuluivat vertailuryhmään ja saivat tarvittaessa tukea myös matematiikassa (tuki oli tavanomaista koulun osa-aikaista erityisopetusta, eikä perustunut mihinkään erityiseen harjoituskäytänteeseen). Kaikkien erityisopetustuntien pitäjät olivat päteviä erityisopettajia.

Tulosten analysointi

Lukukäsitetestin osalta normaalisuusvaatimus täyttyy alkumittauksessa kaikkien kolmen testikokonaisuuden (suhdetaidot, lukujonotaidot ja koko testi) osalta. Myöhemmillä mittauskerroilla jakaumat olivat negatiivisesti vinoja, ja erityisesti suhdetaitojen tehtävissä oli kattoefektiä (md 18, kun osatestin maksimipistemäärä on 20). Tästä syystä loppu- ja viivästetyssä loppumittauksessa käytettiin lisäksi BANUCA-testiä. Sen kokonais- ja alaskaalojen jakaumat loppumittauksissa olivat lähellä normaalia, lukuun ottamatta lukukäsitteen osatestiä, jonka tulokset olivat negatiivisesti vinoja. Lasten määrän ($n=21$) ja tulosten jakaumien perusteella käytettiin ei-parametrisiä tilastomenetelmiä (Field, 2009). Tulosten kuvailussa käytetään myös käytettyjen mittarien normidataa, koska tutkimuksessa lapsimäärä on pieni.

Ryhmien (harjoitus- ja vertailuryhmä) välisiä eroja Lukukäsite- ja BANUCA -testissä tarkastellaan Mann-Whitneyn U-testin avulla. Lukukäsitetestin tuloksien muutosta eri mittauskertojen välillä arvioidaan Friedmanin testin sekä Wilcoxonin testin avulla. BANUCAn tulosten muutosta arvioidaan Wilcoxonin testillä. Harjoitus- ja vertailuryhmän kehityksen erojen arvioinnissa on käytetty Lukukäsitetestin ja BANUCAn testipistemäärien erotuksia eri mittauskertojen välillä. Efektikoot (r) on laskettu jakamalla testin Z-arvo havaintojen määrän neliöjuurella (Field, 2009).

Tulokset

Lapsiryhmien erot eri mittauspisteissä

Harjoitus- ja vertailuryhmän kehitystä havainnoitiin esimatemaattisten taitojen osalta kolmessa mittauspisteessä, lukukäsite- ja laskutaidon osalta kahdessa.

Esimatemaattisten taitojen hallinta

Intervention alussa esimatemaattisten taitojen hallinta (LKT1) oli harjoitusryhmässä heikompaa kuin vertailuryhmässä ($U=21,5$, $z=-2,32$, $p=.019$; Taulukko 1) ja vastasi testin normiaineiston (van Luit ym., 2006) keskimääräisen 6-vuotiaan tasoa. Ryhmien välinen ero lukujonotaidoissa oli tilastollisesti merkitsevä ($U=13$, $z=-2,932$, $p=.002$). Harjoitusryhmäläisten lukujonotaidot (ka 9,0) olivat tutkimuksen alkaessa varsin heikot, kun taas vertailuryhmällä kohtalaiset (ka 13,3). Harjoitusryhmäläiset olivat tässä vaiheessa lukujonotaidoiltaan melko yhtenäinen ryhmä (kh 2,2). Lukukäsitetestin normiaineistoon verrattuna harjoitusryhmäläiset kuuluivat lukujonotaidoiltaan ikäryhmänsä heikoimpaan 10 persentiiliin, ja osaaminen jäi jopa keskimääräisen 6-vuotiaan tasosta. Suhdetaitojen hallinnassa ryhmien välillä ei ollut eroa ($U=50$, $z=-0,289$, $p=.794$), molemmat ryhmät kuuluivat ikäryhmän heikoimpaan kolmannekseen.

TAULUKKO 1 Lukukäsitetestin tulokset eri mittauspisteissä ja ryhmien erojen merkitsevyys

MITTARI	HARJOITUSRYHMÄ		VERTAILURYHMÄ				
	<u>n= 9</u>		<u>n= 12</u>				
	md	ka (kh)	md	ka (kh)	U	p	ef.koko r
LKT 1	25	25,7 (3,3)	31	30,1 (4,3)	21,5	.019	-.51
Suhdetaidot 1	16	16,7 (2,1)	17	16,8 (2,2)	50	.794	-.06
Lukujonotaidot 1	9	9,0 (2,2)	13,5	13,3 (3,0)	13	.002	-.64
LKT 2	35	33,3 (4,6)	35	35,1 (2,7)	45,5	.561	-.13
Suhdetaidot 2	19	18,0 (1,9)	18,5	18,6 (0,9)	50	.787	-.06
Lukujonotaidot 2	16	15,3 (3,2)	16,5	16,5 (2,0)	45,5	.560	-.13
LKT 3	36	35,0 (2,4)	35	35,5 (1,6)	52	.904	-.03
Suhdetaidot 3	18	18,4 (1,1)	18	18,6 (1,0)	50	.801	-.07
Lukujonotaidot 3	17	16,6 (1,8)	17,5	16,9 (1,7)	48	.688	-.09

Intervention päätyttyessä tehdyssä loppumittauksessa (LKT 2) ryhmien välillä ei ollut merkitsevää eroa ($U=45,5$, $z=-0,611$, $p=.561$) esimatemaattisissa taidoissa kokonaisuutena eikä erikseen suhde- ($U=50$, $z=-0,294$, $p=.787$) tai lukujonotaidoissa ($U=45,5$, $z=-0,614$, $p=.560$). Molemmat ryhmät kuuluivat näissä taidoissa normiaineistoon verrattuna heikoimpaan 30 persentiiliin. Harjoitusryhmässä lasten keskinäiset erot lukujonotaitojen hallinnassa ovat kasvaneet toisin kuin vertailuryhmässä.

Viivästetyssä loppumittauksessa (LKT 3) toisen luokan lokakuussa ryhmien välillä ei ollut eroja esimatemaattisissa taidoissa kokonaisuutena ($U=52$, $z=-0,144$, $p=.904$), suhdetaidoissa ($U=50$, $z=-0,300$, $p=.801$) eikä lukujonotaidoissa ($U=48$, $z=-0,435$, $p=.688$). Etenkin suhdetaidoissa lapset olivat hyvin lähellä osatestin maksimipistemäärää, eli osatesti tuskin erotteli heitä enää kovin hyvin. Molemmat ryhmät olivat testin normidataan verrattaessa keskimääräisen 7½-vuotiaan tasolla, eli puolisen vuotta todellista ikäänsä jäljessä. Kummassakin ryhmässä lasten välinen hajonta tuloksissa on pienentynyt niin suhde- ja lukujonotaidoissa kuin testin kokonaistuloksessakin, esimatemaattisissa taidoissa.

Lukukäsitteen ja laskutaidon hallinta

Intervention päätyttyessä harjoitusryhmän tulokset BANUCA1-testissä (ka 47,7) erosivat tilastollisesti merkitsevästi ($U=9,5$, $z=-2,336$, $p=.019$) vertailuryhmän tuloksista (ka 55,9), mutta tuloksia arvioitaessa on otettava huomioon se, että vertailuryhmän aineistossa ovat mukana vain koulujen A ja B lapset (Taulukko 2). Harjoitusryhmäläiset suoriutuvat vertailuryhmäläisiä heikommin myös lukukäsitteen hallinnan ja laskutaidon osatesteissä, mutta näiden osalta ero ei ole tilastollisesti merkitsevä, joskin efektikoko on kohtalainen.

TAULUKKO 2 BANUCAn tulokset eri mittauspisteissä ja ryhmien erojen merkitsevyys

MITTARI	HARJOITUSRYHMÄ			VERTAILURYHMÄ			U	p	ef.koko r
	n	md	ka (kh)	n	md	ka (kh)			
BANUCA 1	9	48	47,7 (6,1)	7	55	55,9 (4,3)	9,5	.019	-.58
BA-lukukäsite 1	9	32	30,6 (3,2)	7	33	33,4 (2,0)	15,5	.092	-.43
BA-laskutaito 1	9	22	20,9 (3,6)	7	26	25,0 (3,8)	13,5	.058	-.48
BANUCA 2	9	55	52,7 (9,9)	12	58,5	57,1 (6,1)	39,5	.317	-.23
BA-lukukäsite 2	9	34	32,0 (4,4)	12	33,5	33,4 (1,9)	50,5	.823	-.06
BA-laskutaito 2	9	24	22,3 (6,2)	12	26,5	26,3 (3,4)	34	.163	-.31

BANUCA-testin normiaineistoon verrattuna harjoitusryhmä oli 1.luokan keväällä saman kouluvuoden syksyn keskimääräisellä tasolla sekä koko testin että sen lyhytversioiden osalta. Harjoitusryhmän tuloksissa oli runsaasti hajontaa sekä koko testin että lukukäsitteen osatestin tuloksissa (Taulukko 2). Vertailuryhmässä lukukäsitteen tuloksissa voi olla jo kattoefektiä (ka 33,4, maksimipistemäärä 36).

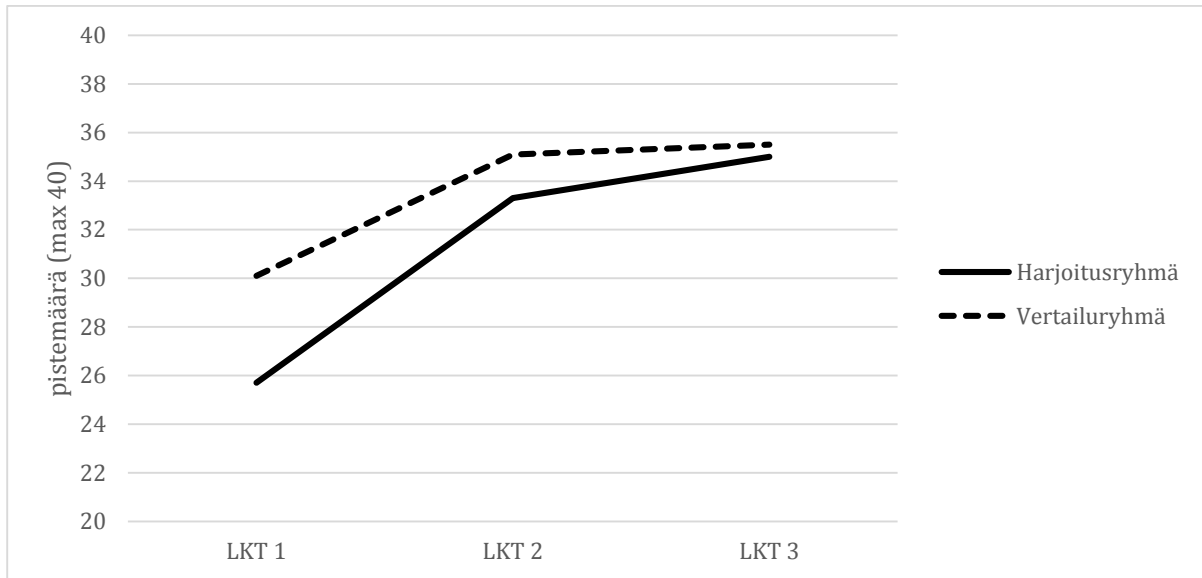
Viivästetyssä loppumittauksessa (BA2) harjoitus- ja vertailuryhmien välillä ei ollut tilastollisesti merkitsevää eroa koko testin eikä sen osatestien tuloksissa. Molemmissa ryhmissä tulokset paranivat koko testin tuloksen ja laskutaidon osalta, harjoitusryhmässä myös lukukäsitteen hallinnassa (Taulukko 2), joskin harjoitusryhmässä myös lasten välinen hajonta kasvoi kaikilla alaskaaloilla. Testin normiaineistoon verrattuna molempien ryhmien tulokset kuuluivat luokka-asteensa heikoimpaan neljännekseen.

Lapsiryhmien taitojen kasvun vertailu

Harjoitus- ja vertailuryhmän kehitystä tutkittiin esimatemaattisten taitojen osalta alku-, loppu- ja viivästetyn mittauksen välillä, lukukäsite- ja laskutaidon osalta loppu- ja viivästetyn loppumittauksen välillä.

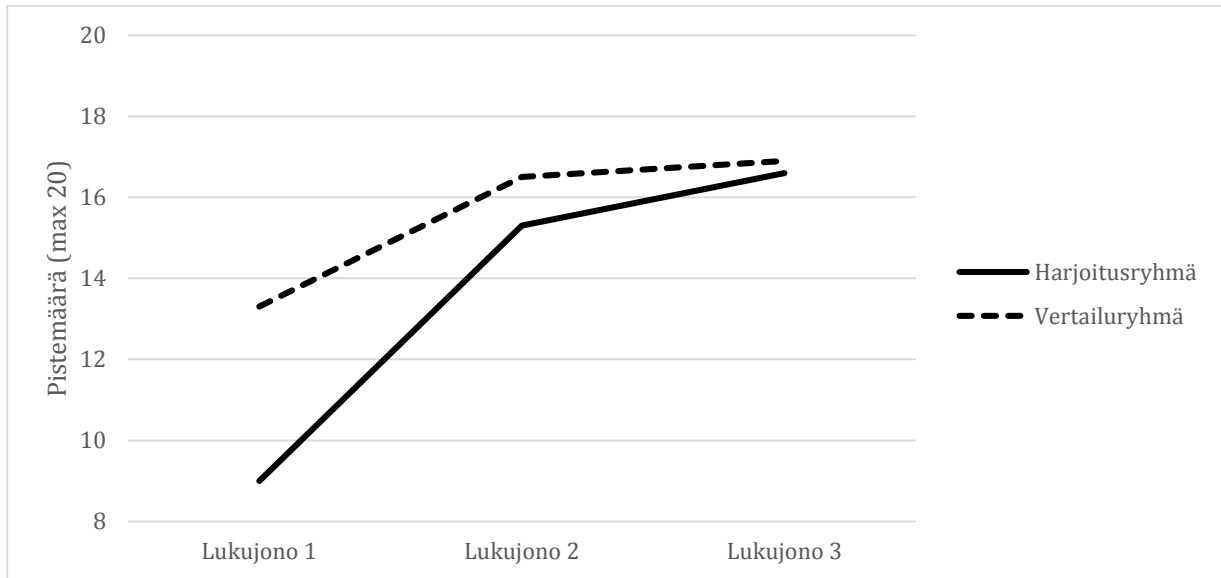
Esimatemaattisten taitojen kasvu

Molemmissa ryhmissä esimatemaattisten taitojen kasvu intervention alku- ja viivästetyn loppumittauksen välillä oli tilastollisesti merkitsevää (harjoitusryhmässä $\chi^2(2)=14,0$, $p<.001$; vertailuryhmässä $\chi^2(2)=15,167$, $p<.001$), ja kasvu oli nopeinta alku- ja loppumittauksen välillä (Kuvio 1).



KUVIO 1 Esimatemaattisten taitojen kasvu harjoitus- ja vertailuryhmällä (Lukukäsitetestin kokonaistulos)

Suhdetaitojen hallinnan kasvussa molemmilla ryhmillä tapahtui tilastollisesti merkitsevää muutosta alku- ja viivästetyn loppumittauksen välillä (harjoitusryhmä $\chi^2(2)=7,517$, $p=.022$; vertailuryhmä $\chi^2(2)=9,60$, $p=.006$), mutta ryhmien tulosten kasvussa ei ollut merkitsevää eroa. Kummassakin ryhmässä osa lapsista sai loppumittauksessa maksimipistemäärän. Lukujonotaitojen hallinnan kasvu oli molemmilla ryhmillä tilastollisesti merkitsevää (harjoitusryhmä $\chi^2(2)=13,086$, $p<.001$; vertailuryhmä $\chi^2(2)=10,844$, $p=.003$). Molemmilla ryhmillä kehitys painottui alku- ja loppumittauksen välille (Kuvio 2). Harjoitusjakson päätyttyä kehitys tasaantui ja oli molemmilla ryhmillä hyvin samankaltaista.



KUVIO 2 Lukujonotaitojen tulosten kasvu harjoitus- ja vertailuryhmällä

Koska tutkimuksessa haluttiin selvittää, voidaanko toteutetun interventio-ohjelman avulla edistää lasten matemaattisten taitojen kehitystä, ryhmien tulosten muutoksia tutkittiin tarkemmin. Tätä varten laskettiin kunkin lapsen testituloksen muutos eri mittauskertojen välillä vähentämällä jälkimmäisestä testituloksesta edellinen (Taulukko 3).

TAULUKKO 3 Lukukäsitetestin tulosten muutos

MITTAUSVÄLI	HARJOITUSRYHMÄ	VERTAILURYHMÄ	U	p	ef.koko r
	<i>n=9</i>	<i>n=12</i>			
	<i>ka (kh)</i>	<i>ka (kh)</i>			
LKT 1-2	7,7 (3,8)	5,0 (2,8)	28	.065	-.40
LKT 2-3	1,7 (3,2)	0,4 (3,4)	45,5	.564	-.13
LKT 1-3	9,3 (3,4)	5,4 (4,9)	25	.036	-.45
Suhdetaidot 1-2	1,3 (1,2)	1,8 (2,1)	49,5	.773	-.07
Suhdetaidot 2-3	0,4 (1,7)	0 (1,1)	49,5	.765	-.07
Suhdetaidot 1-3	1,8 (2,0)	1,8 (2,2)	52,5	.927	-.02
Lukujonotaidot 1-2	6,3 (3,4)	3,2 (1,7)	20,5	.015	-.53
Lukujonotaidot 2-3	1,2 (2,3)	0,4 (3,3)	50	.792	-.06
Lukujonotaidot 1-3	7,6 (2,6)	3,6 (4,1)	21,5	.018	-.51

Esimatemaattisissa taidoissa harjoitusryhmä oli kirinyt jo loppumittauksessa vertailuryhmää kiinni ja ryhmän lasten taitojen kasvu (Taulukko 3) alku- ja viivästetyn loppumittauksen välillä (ka 9,3 pistettä) oli tilastollisesti merkitsevästi voimakkaampaa ($U=25$, $z=-2,081$, $p=.036$) kuin vertailuryhmäläisten tulosten kasvu (ka 5,4). Normiaineistoon verrattuna harjoitusryhmä oli edistynyt (heikoimpaan kolmanneksen) toisin kuin vertailuryhmä, joka oli alkuperäisellä tasollaan normiaineistoon verrattuna. Toteutetulla interventiolla oli ainakin kohtalaista ($r= -.45$) vaikutusta lasten esimatemaattisten taitojen kehittymiseen alkumittauksen ja viivästetyn loppumittauksen välillä.

Suhdetaitojen kasvussa vertailuryhmässä muutos tapahtui alku- ja loppumittauksen välillä, harjoitusryhmässä tasaisemmin. Kokonaiskehitys suhdetaidoissa oli molemmissa ryhmissä sama. Lukujonotaitojen kehityksessä oli ryhmien välillä eroja (Taulukko 3). Harjoitusryhmä paransi osaamistaan selvästi jo loppumittauksessa, ja ryhmän tulosten kasvu alku- ja viivästetyn loppumittauksen välillä (ka 7,6 pistettä) erosi tilastollisesti merkitsevästi ($U=21,5$, $z=-2,341$, $p=.018$) vertailuryhmän lasten vastaavasta (ka 3,6 pistettä). Harjoitusryhmän lasten lukujonotaitojen kehitys oli voimakkaampaa ja toteutetulla interventiolla oli vähintään kohtalaista ($r=-.51$) vaikutusta tähän kehitykseen.

Lukukäsite- ja laskutaidon kasvu

Harjoitusryhmäläisten lukukäsitteen ja laskutaidon hallinta (BANUCAn kokonaistulos) toisella mittauuskerralla (ka 52,7) oli tilastollisesti merkitsevästi ($T=3,0$, $z= -2,32$, $p=.020$) korkeampi kuin ensimmäisellä kerralla (ka 47,7). Vertailuryhmällä näin ei ollut, mutta vertailuryhmässä ovat mukana vain koulujen A ja B lapset. Ryhmien välillä ei ollut tulosten muutosta (BA2- BA1) tarkasteltaessa tilastollisesti merkitsevää eroa ($U=26,5$, $z= -0,534$, $p=.620$; Liite C). Interventiolla ei ollut merkittävää vaikutusta ($r=-.13$) tähän taitoon. Lukukäsitteen osatestissä kummallakaan ryhmällä ei tapahtunut tuloksissa tilastollisesti merkitsevää muutosta, laskutaidon osatestissä vertailuryhmän tulos toisella mittauuskerralla (ka 26,3) erosi tilastollisesti merkitsevästi ($T=1$, $z= -2,205$, $p=.031$) ensimmäisen mittauuskerran tuloksesta (ka 25). Ryhmien välillä ei kuitenkaan ollut tilastollisesti merkitsevää eroa laskutaidon tulosten muutoksessa. Yksittäiset harjoitusryhmän lapset saavuttivat vertailuryhmäläisten tason sekä lukukäsitteen että laskutaidon osalta.

Pohdintaa

Tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää, voidaanko ensimmäisen luokan alussa lukukäsitetaidoiltaan heikkojen lasten matemaattisten taitojen (suhde-, lukujono- ja laskutaito) kehitystä tukea lähinnä alle kouluikäisille suunniteltua harjoitusmateriaalia käyttäen, kun siihen lisätään yhteen- ja vähennyslaskutaitoa tukevia osia. Tutkimusta varten esimatemaattisilta taidoiltaan heikoimmista lapsista muodostettiin harjoitusryhmä, ja samoilta taidoiltaan hieman vahvemmista vertailuryhmä. Harjoitusryhmä saavutti vertailuryhmän esimatemaattisissa taidoissa, erityisesti lukujonotaidoissa, ja toteutetulla interventiolla pystyttiin vahvistamaan näiden taitojen kehitystä. Intervention päättyessä ryhmät eivät eronneet toisistaan myöskään laskutaidon suhteen.

Tutkimuksen alussa harjoitusryhmän lapset olivat esimatemaattisilta taidoiltaan selvästi vertailuryhmäläisiä jäljessä. Harjoitusryhmäläiset kuuluivat esimatemaattisilta ja lukujonotaidoiltaan ikäryhmänsä heikoimpaan kymmenekseen, vertailuryhmäläiset heikoimpaan kolmannekseen. Suhdetaidoissa molemmat ryhmät kuuluivat ikäryhmänsä heikoimpaan kolmannekseen. Harjoitusryhmän lapset saivat suunnitellun ohjelman mukaista opetusta viikoittain kahdeksan kuukauden ajan. Harjoitusjakson jälkeen ryhmien välillä ei ollut enää eroa esimatemaattisissa taidoissa kokonaisuutena eikä lukujono- tai suhdetaidoissa erikseen arvioituna. Tulokset ovat samankaltaisia kuin esikouluikäisillä ja starttiluokkalaisilla saadut (Aunio ym., 2005; Luseti & Aunio, 2012), joskin niissä havaittu hyvä kehitys painottui suhdetaitoihin. Molemmissa ryhmissä lapset kehittyivät esimatemaattisissa taidoissa harjoitusjakson aikana merkitsevästi, mutta harjoitusryhmään kuuluneiden lasten kehitys oli nopeampaa ja käytännössä he saavuttivat vertailuryhmäläisten tason jakson loppuun mennessä. Harjoitusjakson avulla pystyttiin jossain määrin ($r=-.45$) edistämään heidän kehitystään esimatemaattisissa taidoissa. Erityisesti lukujonotaidoissa harjoitusryhmän kehitys oli nopeampaa, ja sitä pystyttiin edistämään ($r=-.51$). Käytettyjen testien normiaineistoihin suhteutettuna harjoitusryhmäläiset olivat jakson alussa keskimääriin 6-vuotiaan taitotasolla, vertailuryhmäläiset 7-vuotiaan. Viivästetyssä loppumittauksessa lasten taitotaso molemmissa ryhmissä vastasi keskimäärin 7½-vuotiaan tasoa. Suhdetaidoissa molemmissa ryhmissä tapahtui kehitystä (samoin kuin Aunio ym., 2005 ja Van Luitin & Schopmanin, 2000 tutkimuksissa), eikä ryhmien kehityksessä ollut eroa.

Harjoitusryhmän sisällä lasten väliset erot kasvoivat aluksi sekä suhde- että lukujonotaidoissa, mutta tasaantuivat viivästetyssä loppumittauksessa. Osa lapsista hyötyi saamastaan tuesta varsin nopeasti, osalla hyötyminen tapahtui viiveellä. Mahdollisesti kehitys joillakin (harjoitusryhmän) lapsilla vaati aikaa ja kypsymistä, ei pelkkää ohjausta (ks. Bryant, Bryant, Gersten, Scammacca & Chavez, 2008; Bryant, Bryant,

Gersten, Scammacca, Funk ym., 2008). Vertailuryhmässä lasten väliset erot pienenivät alkumittauksesta lähtien. Vaikuttaa siis siltä, että matemaattisilta alkuvalmiuksiltaan hyvin heikot lapset hyötyivät tuesta, vaikka hyötyminen ei ollutkaan suoraviivaista eikä tapahtunut kaikilla yhtä nopeasti. Ilmeisesti osalla harjoitusryhmän lapsista on ollut ennen kouluikää melko niukasti kokemuksia matematiikasta, ja siksi taidot olivat tutkimuksen alussa varsin heikot. Tähän viittaisi se, että suurin muutos harjoitusryhmän lasten taidoissa tapahtui alku- ja loppumittauksen välillä, ja kehitys tasaantui sen jälkeen ja oli molemmilla ryhmillä hyvin samankaltaista loppumittauksesta viivästettyyn loppumittaukseen. Samaa päätelmää tukisi myös se, ettei ryhmien välillä ollut eroja kouluikäisten lukukäsite- ja laskutaidon suhteen loppu- eikä viivästetyssä loppumittauksessa. Harjoitusjaksolla pystyttiin antamaan siihen osallistuneille tukea niin, että heidän etenemisensä ei eronnut vertailuryhmästä. Samankaltaisen tuloksen alle kouluikäisillä ovat saaneet Dyson, Jordan ja Glutting (2013).

Mikäli heikon suoriutumisen taustalla on ollut vain harjoituksen puute, voi lapsi edistyä nopeastikin (Bull & Johnston, 1997), kuten tässäkin tutkimuksessa osalla tapahtui. Mikäli taas taustalla on erityisiä matematiikan vaikeuksia, on interventiosta hyötyminen vaikeampaa ja hitaampaa (Fuchs & Fuchs, 2001; Gersten ym., 2005) eikä ero tavanomaisesti suoriutuviin kuroudu kiinni (Fuchs ym., 2005). Seurantatutkimuksissa (Jordan, Mulhern ym., 2009) on todettu, että matemaattisten taitojen kehitys on hyvin vaihtelevaa sekä yksilöiden että osataitojen välillä, eikä liene mahdollistakaan löytää yhtä kaikille sopivaa ja tehokasta ohjelmaa (Fuchs ym., 2008). Harjoitusryhmässä oli myös tarkkaavuuden ja keskittymisen suhteen hyvin erilaisia lapsia, ja mahdollisesti tämä vaikutti joillakin heistä tuesta hyötymiseen joko sitä tukevasti tai heikentävästi (ks. Aunio & Niemivirta, 2010). Osalla harjoitusryhmän lapsista toteutettu jakso vaikutti riittävältä tuelta, osalla tuen tarve osoittautui jatkuvammaksi tai voimakkaammaksi, kuten on todettu aiemmissakin tutkimuksissa (Bryant, Bryant, Gersten, Scammacca & Chavez, 2008; Fuchs ym., 2005). Tämän kaltainen kertaviikkoinen harjoittelujakso koulupolun alkuvaiheessa osana yleistä tai tehostettua tukea voisi toisaalta auttaa osaa lapsista saavuttamaan luokkatoveriensä etenemisvauhdin, toisaalta auttaa opettajia löytämään ne lapset, jotka tarvitsevat pidempikestoista tukea tai lisätutkimuksia. Resurssien suuntaamisen kannalta olisi myös varsin edullista, jos yhden viikkotunnin panostuksella osa tuetuista lapsista selviäisi jatkossa kevyemmällä tuella. Morgan, Farkas & Wu (2009) korostavat, että matematiikan taitoja ja niiden kehitystä pitäisi seurata mahdollisimman varhain, jotta tuki tulisi ajoissa ja suurta osaamisvajetta ei pääsisi syntymään. Myös muut tutkijat korostavat varhaista puuttumista (Fuchs ym., 2007; Geary, 2013).

Harjoitusjakson sisällöt vaikuttivat tulosten perusteella oikeansuuntaisilta, mutta saattaa olla, että sisällöissä olisi pitänyt painottaa vielä enemmän koulumatematiikkaan liittyviä käsitteitä ja taitoja. Esimerkiksi lukujen hajotelmien hallinnan on todettu olevan keskeistä

(Clements & Sarama, 2011; Fuchs ym., 2012; Geary, 2011), ja tämä taito olisi todennäköisesti vaatinut lisäharjoitusta tukeakseen riittävällä tavalla aritmeettisten perustaitojen hallintaa ja sujuvuutta. Johdonmukainen eteneminen ja vankasti konkretisoiva ja tehtävien kielentämiseen pyrkivä opetus, jota tässä käytettiin, olivat todennäköisesti useille lapsille hyvä opiskelutapa, kuten ovat todenneet myös Gersten ym., (2009) ja Frye, Baroody, Burchinal, Carver, Jordan & McDowell (2013). Harjoitusjakson kirjalliseen ohjelmaan pohjaava runko tuki opettajaa ohjaustyössä, ja vahvisti systemaattista etenemistä. Tulosten perusteella vaikutti siltä, että osa lapsista oli tarvinnut tukea jo aiemmin, esiopetuksen tai varhaiskasvatuksen aikana esimerkiksi lukumäärien havaitsemiseen (Hannula, Lepola & Lehtinen, 2010) sekä numeromerkkien ja lukumäärien yhteyden ymmärtämiseen (Chu ym., 2013; Dehaene, 2009; Geary, 2011; Göbel ym., 2014).

Tutkimuksen rajoitukset ja jatkosuunnitelmat

Tutkimukseen osallistuneiden lasten määrä oli suhteellisen pieni, ja tulosten yleistettävyyden suhteen on oltava varovainen. Myös käytetyn Lukukäsitetestin tulokset olivat jo alkumittauksessa negatiivisesti vinoja, eli hyviä suorituksia oli varsin runsaasti. Käytetty mittari ei pystynyt tarkasti enää viivästetyssä mittauksessa erottelamaan lapsia, ja sen reliabiliteetti heikkeni, erityisesti suhdetaitojen osalta (sama ilmiö on todettu Lukukäsitetestin käsikirjassa ikäryhmissä 7- ja 7½-vuotta). Pitkittäistutkimuksissa onkin mahdollista, että kattoefekti vaikuttaa yksilötasolla tuloksiin (Jordan, Mulhern ym., 2009). Tuloksien varmentamiseksi interventio olisi hyvä uusissa toisessa lapsiryhmässä, ja käyttää jo alkumittauksessa Lukukäsitetestin lisänä muuta testiä, jolla kehitys pystyttäisiin mittaamaan myös tutkimuksen loppuvaiheessa luotettavammin. Tällaisen mittarin laadinnassa on kuitenkin huomioitava taitojen nopea oppiminen alkuopetuksen aikana. Todennäköinen keino olisi käyttää muutamaa ankkuritehtävää, joiden avulla taitotasot voidaan rinnastaa eri ikäryhmissä (Hirvonen, Rautapuro & Huhtanen, 2013).

Harjoitusryhmän tunneista oli tarkat suunnitelmat, joiden toteutusta seurattiin tuntipäiväkirjamerkinnöin ja toteutuksesta vastaavien erityisopettajien keskusteluilla. Tulosten luotettavuutta pyrittiin varmistamaan sillä, että osa vertailuryhmäläisistä (matematiikan tukea tarvitsevat) ei opiskellut samassa koulussa, jossa harjoitusjakso toteutettiin. Tällöin harjoitusjakson sisältöjä ei päässyt tahattomasti siirtymään heidän saamaansa matematiikan erityisopetukseen. Haittana tästä kolmannesta koulusta oli se, että siellä ei pystytty toteuttamaan loppumittausta lukukäsite- ja laskutaidoissa. Opettajan ohjauksen osuutta oppilaiden kehittymiseen ei tässä tutkimuksessa otettu huomioon erillisenä harjoitusohjelmasta.

Tutkimuksesta voidaan saada käytännön opetustyöhön ehdotuksia, miten heti koulun alkaessa lapsia voisi valita matemaattisten taitojen tuen ryhmiin ja miten tuen voisi toteuttaa kouluarjessa. Ennakoiva interventio voisi ehkäistä ainakin joissakin tapauksissa syvempien oppimisaukkojen syntyä (Fuchs ym., 2005; Fuchs ym., 2012; Geary, 2013; Morgan ym., 2009). Tuloksissa ilmeni, että lapset hyötyivät saamastaan tuesta eri tavoin. Aiempien tutkimusten perusteella tiedetään, että tuesta hyötymiseen vaikuttavat esimerkiksi tarkkaavuus ja työmuisti (Fuchs ym., 2012). Tärkeä jatkotutkimuksen aihe olisi se, miten tämä voitaisiin paremmin huomioida interventio-ohjelman sisällöissä tai toteutuksessa ja miten löytää ennalta nämä yksilöllisempää tukea tarvitsevat lapset. Tutkiva yhteistyö koulun ja esiopetuksen välillä, esimerkiksi seurantatutkimuksen muodossa, voisi tuoda tarpeellista lisätietoa varhaisen tuen toteuttamiseen.

Lähteet

- Ansari, D., Donlan, C., Thomas, M.S.C., Ewing, S.A., Peen, T. & Karmiloff-Smith, A. (2003). What makes counting count? Verbal and visuo-spatial contributions to typical and atypical number development. *Journal of Experimental Child Psychology* 85, 50–66.
- Aunio, P. (2008). Matemaattiset taidot ennen koulun alkua. *NMI-Bulletin* 18(4), 63–74.
- Aunio, P., Hautamäki, J. & Van Luit, J.E.H. (2005). Mathematical thinking intervention programmes for preschool children with normal and low number sense. *European Journal of Special Needs Education*, 20(2), 131–146.
- Aunio, P. & Niemivirta, M. (2010). Predicting children's mathematical performance in grade one by early numeracy. *Learning and Individual Differences* 20, 427–435.
- Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M-K. & Nurmi, J-E. (2004). Developmental dynamics of math performance from preschool to grade 2. *Journal of Educational Psychology*, 96(4), 699–713. doi:10.1037/0022-0663.96.4.4699.
- Baroody, A. J. (1999). Children's relational knowledge of addition and subtraction. *Cognition and Instruction* 17(2), 137–175.
- Bryant, D., Bryant, B.R., Gersten, R., Scammacca, N. & Chavez, M.M. (2008). Mathematics intervention for first- and second-grade students with mathematics difficulties. The Effects of Tier 2 intervention delivered as booster lessons. *Remedial and Special Education*, 29(1), 20–32.
- Bryant, D., Bryant, B.R., Gersten, R., Scammacca, N. , Funk, C., Shih, M. & Pool, C. (2008). The Effects of Tier 2 intervention on the mathematics performance of first-grade students who are at risk for mathematics difficulties. *Learning Disability Quarterly*, 31(spring), 47–63.

- Bryant, D., Bryant, B.R. & Hammill, D.D. (2000). Characteristics behaviors of students with LD who have teacher-identified math weaknesses. *Journal of Learning Disabilities*, 33(2), 168–177, 199.
- Bull, R. & Johnston, R.S. (1997). Children's arithmetical difficulties: Contributions from processing speed, item identification, and short-term memory. *Journal of Experimental Child Psychology* 65, 1–24.
- Burns, M.K., Kanive, R. & DeGrande, M. (2012). Effect of a computer-delivered math fact intervention as a supplemental intervention for math in third and fourth grades. *Remedial and Special Education* 33(3), 184–191. doi:10.1177/0741932510381652
- Butterworth, B. (1999). *The Mathematical brain*. Lontoo: MacMillan Publishers Ltd.
- Chu, F.W., vanMarle, K. & Geary, D.C. (2013). Quantitative deficits of preschool children at risk for mathematical learning disability. *Frontiers in Psychology* 4(194). doi: 10.3389/fpsyg.2013.00195.
- Clarke, B., Clarke, D.M. & Horne, M. (2006). A Longitudinal study of childrens' mental computation strategies. Teoksessa Novotná, J., Moraová, H., Krátká, M. & Stehliková, N. (toim.) Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, vol. 2, 329–336.
- Clements, D.H. & Sarama, J. (2004). Learning trajectories in mathematics education. *Mathematical thinking and learning* 6(2), 81–89.
- Clements, D.H. & Sarama, J. (2008). Experimental evaluation of the effects of a research-based preschool mathematics curriculum. *American Educational Research Journal* 45(2), 443–498.
- Clements, D.H. & Sarama, J. (2011). Early childhood mathematics intervention. *Science* 333(6045), 968–970. doi: 10.1126/science.1204537
- Dehaene, S. (2009). Origins of mathematical intuitions. *The Year in Cognitive Neuroscience 2009: Annals of the New York Academy of Sciences* 1156, 232–259. doi:10.1111/j.1749-6632.2009.04469.x
- Desoete, A., Ceulemans, A., DeWeerd, F. & Pieters, S. (2012). Can we predict mathematical learning disabilities from symbolic and non-symbolic comparison tasks in kindergarten? Findings from a longitudinal study. *British Journal of Educational Psychology* 82, 64–81. doi: 10.1348/2044-8279.002002
- Desoete, A. & Grégoire, J. (2006). Numerical competence in young children and in children with mathematics learning disabilities. *Learning and Individual Differences* 16, 351–367. doi: 10.1016/j.lindif.2006.12.006
- Dyson, N.I., Jordan, N.C. & Glutting, J. (2013). A Number sense intervention for low-income kindergartners at risk for mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities* 46(2), 166–181. doi:10.1177/0022219411410233
- Field, A. (2009). *Discovering statistics using SPSS*. 3th edition. Lontoo: SAGE Publications Ltd.
- Frye, D., Baroody, A.J., Burchinal, M., Carver, S.M., Jordan, N.C. & McDowell, J. (2013). Teaching math to young children: A Practical guide (NCEE 2014-15). Washington DC: National Center for Education Evaluation and Regional Assistance (NCEE), Institute of Education Sciences, U.S. Department of Education. Tulostettu: <http://whatworks.ed.gov>

- Fuchs, L.S., Compton, D.L., Fuchs, D., Paulsen, K., Bryant, J.D. & Hamlett, C.L. (2005). The Prevention, identification, and cognitive determinants of math difficulty. *Journal of Educational Psychology*, 97(3), 493 – 513. doi:10.1037/0022-0663.97.3.493
- Fuchs, L.S. & Fuchs, D. (2001). Principles for the prevention and intervention of mathematics difficulties. *Learning Disabilities Research & Practice*, 16(2), 85–95.
- Fuchs, L.S., Fuchs, D., Hamlett, C.L. & Appleton, A.C. (2002) Explicitly teaching for transfer: Effects on the mathematical problem-solving performance of students with mathematics disabilities. *Learning Disabilities Research & Practice*, 17(2), 90–106.
- Fuchs, L.S., Fuchs, D. & Hollenbeck, K.N. (2007). Extending responsiveness to intervention to mathematics at first and third grade. *Learning Disabilities Research & Practice*, 22(1), 13–24.
- Fuchs, L.S., Fuchs, D., Powell, S.R., Seethaler, P.M., Cirino, P.T. & Fletcher, J.M. (2008). Intensive intervention for students with mathematics disabilities: seven principles of effective practice. *Learning Disability Quarterly*, 31(spring), 79–92.
- Fuchs, L.S., Geary, D.C., Compton, D.L., Fuchs, D., Schatschneider, C., Hamlett, C.L., DeSelms, J., Seethaler, P.M., Wilson, J., Craddock, C.F., Bryant, J.D. & Luther, K. (2012). Effects of first-grade number knowledge tutoring with contrasting form of practice. *Journal of Educational Psychology* 105(1), 58–77. doi:10.1037/a0030127
- Fuson, K.C. (1992a). Research on learning and teaching addition and subtraction of whole numbers. Teoksessa Leinhardt, G., Putnam, R. & Hattrup, R.A. (toim.) *Analysis of arithmetic for mathematics teaching*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, 53–188.
- Fuson, K. (1992b). Research on whole number addition and subtraction. Teoksessa Grouws, D.A. (toim.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. A Project of the National Council of Teachers of Mathematics. New York: MacMillan Publishing Company, 243–275.
- Geary, D.C. (2011). Cognitive predictors of achievement growth in mathematics: A 5-year longitudinal study. *Developmental Psychology* 47(6), 1539-1552. doi: 10.1037/a0025510
- Geary, D.C. (2013). Early foundations for mathematics learning and their relations to learning disabilities. *Current Directions in Psychological Science* 22(1), 23-27. doi:10.1177/0963721412469398
- Geary, D.C., Hoard, M.K., Nugent, L. & Bailey, D.H. (2013). Adolescents' functional numeracy is predicted by their school entry number system knowledge. *PlosOne* 8(1), www.plosone.org, 8(1) e54651.
- Gersten, R., Beckman, S., Clarke, B., Foegen, A., Marsh, L., Star, J.R. & Witzel, B. (2009). Assisting students struggling with mathematics: Response to intervention (RtI) for elementary and middle schools (NCEE 2009-4060). Washington, DC: National Center for Education Evaluation and Regional Assistance, Institute of Education Sciences, U.S. Department of Education. Tulostettu <http://ies.ed.gov/ncee/wwc/publications/practiceguides/>.
- Gersten, R., Chard, D.J., Jayanthi, M., Baker, S.K., Morphy, P. & Flojo, J. (2008). Mathemac's instruction for students with learning disabilities or difficulty learning mathematics. A Synthesis of the intervention research. Center on Instruction, www.centeroninstruction.org

- Gersten, R., Jordan, N.C. & Flojo, J.R. (2005). Early identification and interventions for students with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 38(4), 293–304.
- Göbel, S.M., Watson, S.E., Lervåg, A. & Hulme, C. (2014). Children's arithmetical development: It is number knowledge, not the approximate number sense, that counts. *Psychological Science* 25(3), 789-798. doi: 10.1177/0956797613516471
- Hannula, M. (2005). *Spontaneous focusing on numerosity in the development of early mathematical skills*. Turun yliopiston julkaisuja, sarja B, osa 282.
- Hannula, M., Lepola, J. & Lehtinen, E. (2010). Spontaneous focusing on numerosity as a domain-specific predictor of arithmetical skills. *Journal of Experimental Child Psychology* (107), 394-406. doi:10.1016/j.jecp.2010.06.004.
- Hannula, M., Räsänen, P. & Lehtinen, E. (2007). Development of counting skills: Role of spontaneous focusing on numerosity and subitizing-based enumeration. *Mathematical Thinking and Learning*, 9(1), 51–57.
- Hautamäki, J., Arinen, P., Hautamäki, A., Lehto, J., Lindblom, B., Kupiainen, S., Outinen, K., Pekuri, M., Reuhkala, M. & Scheinin, P. (2001). *Ensiaskleet – oppimisen edellytykset. Luokanopettajille tarkoitettun seulan toimivuus Helsinki-aineiston perusteella*. Helsingin kaupungin opetusviraston julkaisusarja A 17.
- Hautamäki, A., Hautamäki, J. & Kupiainen, S. (2010). Assessment in schools – Learning to learn. *International Encyclopedia of Education* (3), 268–272.
- Hautamäki, J. & Kuusela, J. (2004). Diagnostisen päättämisen pulmista ja keinoista – matemaattiset oppimisvaikeudet. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. (toim.) *Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. Jyväskylä: NMI, 255–273.
- Hirvonen, K., Rautapuro, J. & Huhtanen, M. (2013). Arvioinnin aineistot. Raportissa Rautapuro, J. (toim.) *Hyödyllinen pakkolasku. Matematiikan oppimistulokset peruskoulun päättövaiheessa 2012*. Opetushallitus: Koulutuksen seurantaraportti 2013:3.
- Jitendra, A.K., Griffin, C.C., Deatline-Buchman, A. & Sczesniak, E. (2007). Mathematical word problem solving in third-grade classrooms. *The Journal of Educational Research*, 100(5), 282–302.
- Jordan, N., Kaplan, D., Ramineni, C. & Locuniak, M.N. (2009). Early math matters: Kindergarten number competence and later mathematics outcomes. *Developmental Psychology*, 45 (3), 850 –867. doi:10.1037/a0014939
- Jordan, N. & Levine, S.C. (2009). Socioeconomic variation, number competence, and mathematics learning difficulties in young children. *Developmental Disabilities Research Reviews*, 15, 60-68 doi:10.1002/ddrr.46
- Jordan, J-A., Mulhern, G. & Wylie, J. (2009). Individual differences in trajectories of arithmetical development in typically achieving 5- to 7-years-old. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103, 455-468. doi:10.1016/j.jecp.2009.01.011
- Kantelinen, S. (2013). Kokemuksia kuntoutuksesta: hyötyvätkö lapset, joilla on viiveinen lukukäsitteen kehitys, säännöllisestä lukukäsitteen kuntoutuksesta? *NMI-Bulletin* 23(2), 60–72.

- Kaufmann, L., Handl, P. & Thöny, B. (2003). Evaluation of a numeracy intervention program focusing on basic numerical knowledge and conceptual knowledge: A Pilot study. *Journal of learning Disabilities*, 36 (6), 564–573.
- Koponen, T. (2008). *Calculation and language. Diagnostic and intervention studies*. Jyväskylä Studies in Education, Psychology and Social Research 340.
- Koulutuksen arviointikeskus (2010). *Ensiaskleet – Oppimaan oppiminen*.
- Kroesbergen, E.H. & Van Luit, J.E.H. (2003). Mathematics interventions for children with special educational needs. A Meta-analysis. *Remedial and Special Education* 24(2), 97–114.
- Kroesbergen, E.H., Van Luit, J.E.H., & Naglieri, J.A. (2003). Mathematical learning difficulties and PASS cognitive processes. *Journal of Learning Disabilities* 36(6), 574–582.
- Leppäaho, H. (2007). *Matemaattisen ongelmanratkaisutaidon opettaminen peruskoulussa. Ongelmanratkaisukurssin kehittäminen ja arviointi*. Jyväskylän yliopisto, Jyväskylä Studies in education, psychology and social research 298.
- Lusetti, E. & Aunio, P. (2012). Esikoululaisten matemaattisten taitojen kehityksen tukeminen Minäkin lasken! –harjoitusohjelmalla. *NMI-Bulletin* 22(3), 14–27.
- Mattinen, A. (2006). *Huomio lukumääriin. Tutkimus 3-vuotiaiden lasten matemaattisten taitojen tukemisesta päiväkodissa*. Turun yliopiston julkaisuja, sarja C, osa 247.
- Mazzocco, M.M.M. (2005). Challenges in identifying target skills for math disability screening and intervention. *Journal of Learning Disabilities* 38(4), 318–323.
- Mentula, T. (2004). Diagnostinen kuntoutustutkimus kehityksellisessä dyskalkuliassa: tapaustutkimus. *NMI-Bulletin* 14(2), 19–30.
- Mononen, R., Aunio, P., Hotulainen, R. & Ketonen, R. (2013). Matematiikan osaaminen ensimmäisen luokan alussa. *NMI-Bulletin* 23(4), 12–25.
- Mononen, R., Aunio, P. & Koponen, T. (2014). Investigating RightStart mathematics kindergarten instruction in Finland. *JECER* 3(1), 2–26.
- Montis, K.K. (2000). Language development and concept flexibility in dyscalculia: A Case study. *Journal of Research in Mathematics Education* 31(5), 541–556.
- Morgan, P.L., Farkas, G. & Wu, Q. (2009). Five-year growth trajectories of kindergarten children with learning difficulties in mathematics. *Journal of Learning Disabilities* 42(4), 306–321. doi:10.1177/0022219408331037
- Murata, A. (2004). Paths to learning ten-structured understandings of teen sums: addition solution methods of Japanese grade 1 students. *Cognition and Instruction* 22(2), 185–218.
- Price, G.R. & Ansari, D. (2013). Dyscalculia: Characteristics, causes, and treatments. *Numeracy*, 6(1), Article 2. doi: 10.5038/1936-4660.6.1.2
- Purpura, D.J. & Lonigan, C.J. (2013). Informal numeracy skills: The Structure and relations among numbering, relations and arithmetic operations in preschool. *American Educational Research Journal* 50(1), 178–209. doi: 10.3102/0002831212465332
- Robinson, C.S., Menchetti, B.M. & Torgesen, J.K. (2002). Toward a two-factored theory of one type of mathematics disabilities. *Learning Disabilities Research & Practice*, 17(2), 81–89.

- Räsänen, P. (2001). Matematiikan oppimisvaikeudet. Teoksessa Ahonen, T. & Aro, T. (toim.) *Oppimisvaikeudet. Kuntoutus ja opetus yksilöllisen kehityksen tukena*, 2.painos. Jyväskylä: PS-Kustannus, 332–359.
- Räsänen, P. (2005). *BANUCA. Lukukäsitteen ja laskutaidon hallinnan testi*. Jyväskylä: NMI.
- Räsänen, P. & Ahonen, T. (2002). Matemaattiset oppimisvaikeudet. Teoksessa Lyytinen, H., Ahonen, T., Korhonen, T., Korkman, M. & Riita, T. (toim.) *Oppimisvaikeudet. Neuropsykologinen näkökulma*. Helsinki: WSOY, 191–234.
- Toll, S.W.M. & van Luit, J.E.H. (2013). Accelerating the early numeracy development of kindergartners with limited working memory skills through remedial education. *Research in Developmental Disabilities* 34, 745–755.
- Tournaki, N. (2003). The Differential effects of teaching addition through strategy instruction versus drill and practice to students with and without learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 36(5), 449–458.
- van Luit, J., Aunio, P. & Räsänen, P. (2010). *Minäkin lasken! – Lasten lukukäsitteen harjoitusohjelma*. Jyväskylä: NMI.
- van Luit, J.E.H. & Schopman, E.A.M. (2000). Improving early numeracy of young children with special educational needs. *Remedial and Special Education*, 21(1), 27–40.
- van Luit, J.E.H., van de Rijt, B.A.M. & Aunio, P. (2006). *Lukukäsitesti*. Helsinki: Psykologien kustannus.
- Woodward, J. (2006). Developing automaticity in multiplication facts: Integrating strategy instruction with timed practice drills. *Journal of the Council for Learning Disabilities* 29(4), 269–288.

LIITE A

Harjoitusohjelman oppituntien sisällöt

tunnit	Minäkin lasken! -ohjelman teema	lisätyt sisällöt
1 – 5	lukualue 1-5, lukujonotaidot, yksinkertaiset laskutaidot tällä lukualueella	pienen lukumäärien hahmotus (subitisaatio) ja matematiikan kielen harjoitteet (Butterworth, 1999; Bryant, Bryant & Hammill, 2000)
6 – 10	lukualue 6-10, lukujonotaidot, yksinkertaiset laskutaidot tällä lukualueella	lukumäärien hahmotus ja lukujonojen luetteleminen (Fuchs, Compton, Fuchs, Paulsen, Bryant & Hamlett, 2005; Bryant, Bryant, Gersten, Scammacca, Funk ym., 2008)
11 – 15	lukualue 1-10, lukujonotaidot, yksinkertaiset laskutaidot tällä lukualueella	lukuhaajotelmien harjoitteita ja yhteen- ja vähennyslaskuja (Bryant, Bryant, Gersten, Scammacca, Funk ym., 2008; Fuchs ym., 2005)
16 - 20	lukualue (0) 8-15, lukujonotaidot ja yksinkertaiset laskutaidot tällä lukualueella	lukuhaajotelmien harjoitteet, kymmenylitys, yhteen- ja vähennyslaskuja ja niihin liittyen alustavia strategiaharjoitteita (Baroody, 1999; ; Bryant, Bryant, Gersten, Scammacca, Funk ym., 2008)
21-22		edelliset sisällöt jatkuvat

Esimerkki oppitunnista, tunti 9:

Tunnin teemana on syntymäpäivä, sisältönä lukumäärien 0-10 laskeminen sekä yhteenlasku +1 samalla lukualueella. Lukualuetta laajennetaan pelissä alueelle 0-20.

Tunnin aluksi lukumäärien(0-10) hahmotusta harjoitellaan pistekorteilla (opettaja jakaa kullekin kortin, jonka lukumäärän lapsi tunnistaa). Seuraavaksi opettaja lukee tarinan syntymäpäiväjuhlasta, ja kuulemansa perusteella lasten täytyy päätellä (eli laskea mielessä) tarinan edetessä siihen mennessä annettujen lahjojen määrä.

Seuraavassa harjoitteessa purkkiin tiputetaan lasihelmiä ja-lasten pitää laskea pudotetut helmet kuulon varaisesti. Sitten lisätään vielä yksi helmi, ja päätellään, montako helmiä nyt on purkissa. Aluksi opettaja toimii helmien pudottajana, sitten kukin lapsi vuorollaan. Saman tehtävän yhteydessä harjoitellaan ”koetun laskun” merkitsemistä matematiikan kielellä: $5+1=6$. Sama myös toisin päin: lapsi saa laskun kirjoitettuna paperilapulla, ja tekee sen lasihelmiä purkkiin pudottaen muille laskettavaksi.

Lopuksi pelataan peliä, jossa lapsi menettää tai saa lasihelmiä pelihyrrän määräämällä tavalla. Lapsen tulee tunnistaa merkintä ja kertoa saamansa tai menettämänsä helmimäärä. Pelin lopuksi kukin laskee purkkiinsa kertyneet helmet (0-20).

LIITE B

Lapsiryhmien väliset erot alkuseulassa

TESTIOSA	RISKIRYHMÄ		TAV.SUORIUTUVAT		U	p	ef.koko r
	n=21		n=36				
	md	ka (kh)	md	ka (kh)			
BA-osa (20)	12	11,6 (2,6)	17	16,5 (3,0)	84,0	<.001	.65
hahmotus (5)	2	2,1 (1,8)	4	3,6 (1,6)	197,5	.002	.40
EA-aarre (4)	1	1,5 (1,2)	3	2,5 (1,3)	221,0	.007	.36
EA-talo (3)	2	1,7 (1,0)	2	2,0 (0,8)	312,0	.259	.15
EA-kuviopari (8)	2	2,0 (1,1)	3,5	3,4 (1,7)	197,0	.002	.40
EA-pullot (8)	1	1,8 (1,8)	1	1,9 (1,8)	342,0	.478	.10
EA-sääntö1 (60)	21	21,2 (6,2)	22,5	23,5 (8,5)	309,0	.257	.15
EA-sääntö2 (60)	23	24,3 (8,1)	25	25,2 (8,0)	329,5	.427	.11
EA-sääntö3 (60)	16	18,2 (7,6)	25	24,2 (8,4)	207,5	.004	.37
EA-kaikki säännöt (180)	60	63,7 (18,6)	70	69,4 (21,4)	275,5	.091	.22
EA-montako kuulet)24)	19	17,8 (4,1)	23	21,7 (2,3)	142,5	<.001	.52
EA-omakuva (3)	1	1,3 (1,0)	1	1,6 (0,9)	317,5	.294	.14
EA-katso ja muista (8)	2	2,0 (1,5)	3	2,9 (1,5)	237,0	.016	.32
TESTIOSA	HARJOITUSRYHMÄ		VERTAILURYHMÄ		U	p	ef.koko r
	n=9		n=12				
	md	ka (kh)	md	ka (kh)			
BA-osa (20)	12	11,4 (1,8)	12	11,8 (3,1)	51,5	.876	.04
hahmotus (5)	2	2,2 (1,6)	1	2,0 (2,0)	48,0	.676	.09
EA-aarre (4)	1	1,6 (1,4)	1,5	1,5 (1,2)	52,5	.948	.02
EA-talo (3)	2	1,6 (1,1)	2	1,8 (0,9)	46,5	.627	.12
EA-kuviopari (8)	1	1,4 (1,1)	2	2,4 (1,0)	29,0	.080	.40
EA-pullot (8)	1	2,4 (2,4)	1	1,3 (0,9)	40,0	.188	.32
EA-sääntö1 (60)	22	24,9 (5,6)	19,5	18,4 (5,2)	21,0	.017	.51
EA-sääntö2 (60)	25	28,2 (10,0)	21	21,3 (4,9)	30,0	.091	.38
EA-sääntö3 (60)	19	20,0 (9,2)	15,5	16,8 (6,3)	45,0	.540	.14
EA-kaikki säännöt (180)	68	73,1 (21,6)	52,5	56,6 (12,8)	25,5	.043	.44

EA-montako (24)	kuulet	17	17,1 (4,8)	19,5	18,3 (3,5)	48,5	.712	.09
EA-omakuva (3)		1	1,3 (1,0)	1	1,3 (1,1)	53,5	.984	.01
EA-katso ja muista (8)		1	1,8 (1,9)	2	2,2 (1,3)	41,0	.356	.21

LIITE C

BANUCAn tulosten muutos

<i>MITTAUSVÄLI</i>	<i>HARJOITUSRYHMÄ</i>		<i>VERTAILURYHMÄ</i>		<i>U</i>	<i>p</i>	<i>ef.koko r</i>
	<i>n</i>	<i>ka (kh)</i>	<i>n</i>	<i>ka (kh)</i>			
BANUCA 1-2	9	5,0 (4,7)	7	4,0 (4,4)	26,5	.620	.13
BA-lukukäsité 1-2	9	1,4 (3,3)	7	0,3 (1,4)	20,5	.247	.30
BA-laskutaito 1-2	9	1,4 (3,7)	7	3,1 (2,5)	23,5	.415	.21